Scuola Galileiana Studi Superiori

Area Disciplinare: Matematica
Esame di Selezione A.A. 2024-2025

Esercizio 1
Per ogni numero naturale $n \in \mathbb{N}$ maggiore o uguale ad 1 (ovvero $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$) dimostrare che

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

Esercizio 2
Determinare l'equazione della retta che è tangente contemporaneamente sia al grafico della parabola $f(x) = x^2+4$, sia al grafico dell'iperbole $g(x) = (4x+1)/x$.

Esercizio 3

1. Si determini per quale valore di $a \in (-1, +\infty)$ la funzione

   $$f(x) = x^2 - 2x$$

   soddisfa alle ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, a]$. Per tale valore del parametro a calcolare esplicitamente il valore di x che soddisfa alla tesi del Teorema di Rolle.

2. Si determini il massimo valore di b, con $b \in \mathbb{R}$, per il quale la funzione

   $$g(x) = |x^2 - 2x|$$

   soddisfa alle ipotesi del Teorema di Lagrange nell'intervallo $[-2, b]$. Per tale valore del parametro b calcolare esplicitamente il valore di x che soddisfa alla tesi del Teorema di Lagrange.

3. Se possibile si dimostri che la funzione

   $$g(x) = |x^2 - 2x|$$

   definita dell'intervallo $[0, 3]$ soddisfa alla tesi del Teorema di Langrange.